

Prüfung durch Funktionslehren oder rechnerische Toleranzerweiterung?

Maximum-Material-Bedingung in der Praxis

Michael Hernla, Dortmund

Manuskriptfassung des Beitrags aus QZ Qualität und Zuverlässigkeit 59 (2014) 12, S. 44-47
(Bild 4 und Text davor berichtigt)

Die Maximum-Material-Bedingung wird rationell mit einer Funktionslehre geprüft. Die rechnerische Auswertung z.B. mit einem Koordinatenmessgerät muss die Funktion der Lehre nachbilden. Die Berechnung wird erläutert, und es werden Zeichnungseintragungen empfohlen.

Die Maximum-Material-Bedingung (MMR) nach DIN EN ISO 2692 bedeutet, dass eine Formtoleranz oder eine Lagetoleranz über den im Toleranzrahmen eingetragenen Wert hinaus erweitert werden kann, wenn die Maßtoleranz nicht voll ausgenutzt ist, wenn also ein zusätzliches Spiel zwischen zwei Paarungsteilen auftritt. Dabei bleibt die Funktion gewährleistet, d.h. die Einzelteile sind in der Serienfertigung vollständig austauschbar: Jedes Teil kann mit jedem beliebigen Gegenstück zusammengebaut werden.

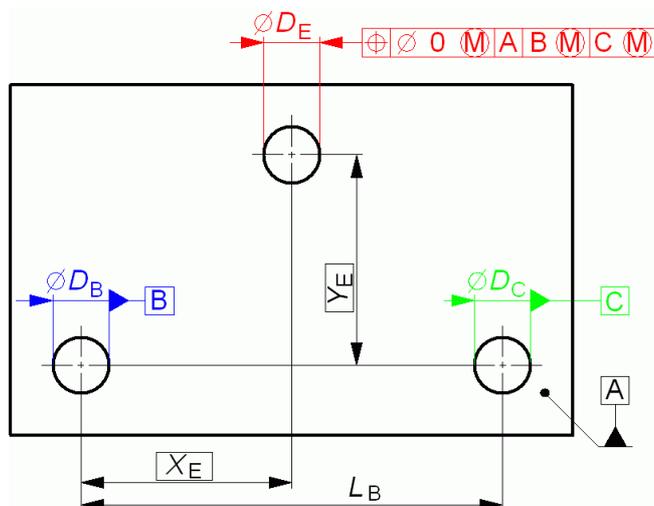
Die Teile lassen sich rationell mit einer Funktionslehre prüfen, die den wirksamen Maximum-Material-Zustand (MMVC) verkörpert. Das bedeutet, dass alle Maße der Lehre mit dem Maximum-Material-Maß des Werkstücks hergestellt werden, d.h. außen Größtmaß, innen Kleinstmaß. Dazu kommt bei dem tolerierten Element die eingetragene Form- oder Lagetoleranz.

Immer, wenn sich das Werkstück ohne Zwang mit der Lehre zusammenfügen lässt, ist die Maximum-Material-Bedingung erfüllt. Das bedeutet, dass mit einer Funktionslehre immer nach MMR geprüft wird – unabhängig davon, ob diese tatsächlich in der Zeichnung steht oder nicht. Konsequenz dürfen deshalb Geometrielemente mit Form- bzw. Lagetoleranzen ohne Maximum-Material-Bedingung nicht mit Funktionslehren geprüft werden.

Alternativ lässt sich die Maximum-Material-Bedingung auch rechnerisch prüfen. Dazu ist entsprechend der Funktion der Lehre die Toleranzerweiterung der Form- bzw. Lagetoleranz abhängig von den Istmaßen zu berechnen. Dabei muss die Definition des Bezugssystems berücksichtigt werden. Das Bild 1 zeigt ein Beispiel.

Beispiel

Bild 1:
Werkstück mit
Maximum-Material-
Bedingung für Position
und zwei Bezüge



Die Maximum-Material-Bedingung (MMR) wird mit dem Symbol \textcircled{M} in die Zeichnung eingetragen. Im Bild 1 gilt sie sowohl für das tolerierte Element als auch für die Bezüge B und C. Die Positionstoleranz ist null, wenn der Bohrungsdurchmesser am Kleinstmaß liegt. In der Regel ist er aber innerhalb der

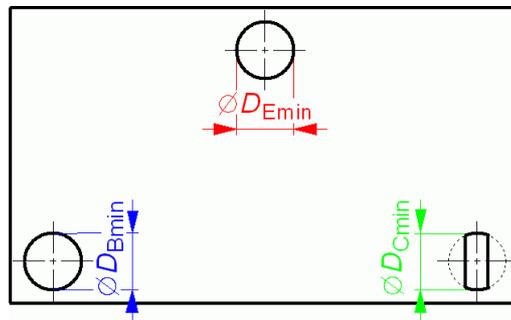
Toleranz größer, und die erweiterte Positionstoleranz entspricht dann der Differenz zwischen Istmaß und Kleinmaß. Dazu kommen noch die Toleranzerweiterungen von den Bezügen B und C.

Funktionslehre

Zunächst soll die Lehre betrachtet werden, mit der das Teil geprüft wird (Bild 2). Alle drei Stifte sind auf Kleinmaß der Bohrungsdurchmesser gefertigt. Ist die eingetragene Positionstoleranz größer als null, muss der Durchmesser des oberen Stiftes um diesen Betrag verringert werden.

Im Bezugssystem definiert die Ebene A die Hauptrichtung (Raumausrichtung) mit zwei Winkeln sowie den Nullpunkt der Koordinate senkrecht zur Oberfläche, der Bezug B zwei weitere Nullpunkte in der Bohrungsmitte und der Bezug C die Nebenrichtung, d.h. den dritten Winkel für die Ausrichtung in der Ebene A. Zu diesem Zweck wird der rechte Stift in der Lehre nicht als Zylinder-, sondern als Schwertstift ausgeführt. Die Nebenrichtung ist damit unabhängig von dem aktuellen Bohrungsabstand. Bei der Prüfung muss die Lehre voll an der Oberfläche der Bezugsebene A anliegen.

Bild 2:
Funktionslehre für das
Werkstück im Bild 1



Die Funktionslehre im Bild 2 verkörpert den wirksamen Maximum-Material-Zustand (MMVC). Dieselbe Lehre kann auch für ein Werkstück verwendet werden, bei dem der Bezug B und das tolerierte Element vertauscht sind. Für die Lehre ist es völlig egal, welche Geometrieelemente Bezüge und welche toleriert sind. Einzige Ausnahme ist der Bezug C, der die Nebenrichtung definiert, d.h. die Ausrichtung in der Ebene A. Hier muss der Schwertstift die im Bild 2 dargestellte Orientierung haben. Wird auch er als Zylinderstift ausgeführt, wird damit die Positionstoleranz in der X-Koordinate gegenüber der Zeichnung eingeschränkt.

Rechnerische Auswertung

Die aktuelle Positionstoleranz T_{PX} der X-Koordinate ergibt sich zunächst aus der eingetragenen Positionstoleranz T_P sowie den Durchmesserdifferenzen ΔD_E der tolerierten Bohrung und ΔD_B des Bezuges B:

$$T_{PX} = T_P + \Delta D_E + \Delta D_B \quad (1)$$

Die Durchmesserdifferenz ΔD_E ist die Differenz zwischen dem Istmaß D_E und dem Maximum-Material-Maß, d.h. dem Kleinmaß der Bohrung D_{Emin} , also $\Delta D_E = D_E - D_{Emin}$. Der Buchstabe im Index steht für das tolerierte Element (E) bzw. den Bezug (B oder C).

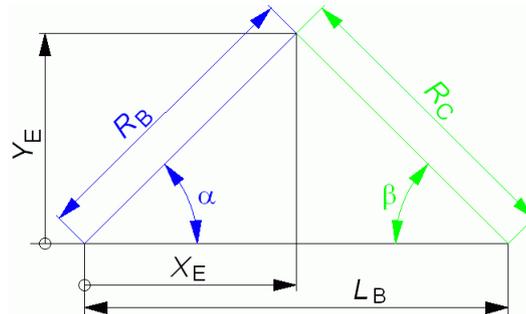
Zusätzlich wirken sich hier die Verdrehung der Lehre gegenüber dem Werkstück um die Mittelpunkte B bzw. C als tangentielle Abweichungen aus. Bei der Drehung um die Mitte der Bohrung C führt die Durchmesserdifferenz ΔD_B am Bezug B zu der blau eingezeichneten Toleranzerweiterung ΔT_{PB} , die zusätzlich vom Verhältnis des radialen Abstandes R_C zur Länge L_B abhängt (Bilder 3 und 4):

$$\Delta T_{PB} = \Delta D_B \frac{R_C}{L_B} \quad (2)$$

Bei der Drehung um die Mitte der Bohrung B führt die Durchmesserdifferenz ΔD_C am Bezug C zu der grün eingezeichneten Toleranzerweiterung ΔT_{PC} , die zusätzlich vom Verhältnis des radialen Abstandes R_B zur Länge L_B abhängt (Bilder 3 und 4):

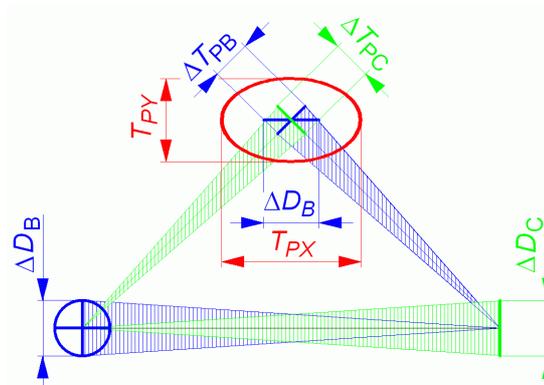
$$\Delta T_{PC} = \Delta D_C \frac{R_B}{L_B} \quad (3)$$

Bild 3:
Drehungen des Bezugssystems mit Längen, Koordinaten und Winkeln



Aus den drei Komponenten ΔD_B , ΔT_{PB} und ΔT_{PC} ergibt sich eine **ellipsenförmige** Toleranzzone (Bild 4), deren Proportionen u.a. von den theoretischen Maßen X_E und Y_E des tolerierten Elements abhängen (Bild 3).

Bild 4:
Drehungen des Bezugssystems mit resultierenden Toleranzerweiterungen



Die aktuelle Positionstoleranz T_{PX} der X-Koordinate berechnet sich nach Gleichung (1) mit den zusätzlichen Anteilen der tangentialen Toleranzerweiterungen ΔT_{PB} und ΔT_{PC} entlang der X-Koordinate (Bild 3):

$$T_{PX} = T_P + \Delta D_E + \Delta D_B + \Delta T_{PB} \cos \alpha + \Delta T_{PC} \cos \beta \quad (4)$$

Die aktuelle Positionstoleranz T_{PY} der Y-Koordinate berechnet sich aus der eingetragenen Positionstoleranz T_P , der Durchmesserabweichung ΔD_E der tolerierten Bohrung sowie den beiden Anteilen der tangentialen Toleranzerweiterungen ΔT_{PB} und ΔT_{PC} entlang der Y-Koordinate (Bild 3):

$$T_{PY} = T_P + \Delta D_E + \Delta T_{PB} \sin \alpha + \Delta T_{PC} \sin \beta \quad (5)$$

Um Toleranzvergrößerungen über ΔD_B und ΔD_C hinaus zu vermeiden, sollten die Quotienten in den Gleichungen (2) und (3) nicht größer als eins werden, d.h. die radialen Abstände des tolerierten Elements von den Bezügen B und C sollten nicht größer als deren Abstand L_B sein. Mit anderen Worten: Die Bezüge sind möglichst weit nach außen zu legen.

Geometrielemente

Bisher wurde vorausgesetzt, dass die Bohrungen geometrisch ideale Elemente sind. In der Praxis ist das jedoch nicht der Fall. Nach DIN EN ISO 2692, Abschnitt 4.2.1 (Regeln A und B), sind bei den tolerierten Elementen die erfassten örtlichen Maße zu ermitteln. Das entspricht den Zweipunktmaßen nach DIN EN ISO 14405-1. Diese stehen nach DIN EN ISO 14660-2 senkrecht zur Achse des zugeordneten Zylinders und gehen in jedem Querschnitt durch den Mittelpunkt des zugeordneten Kreises. Allerdings gibt es in den verschiedenen Querschnitten (Bild 5 a) und dann wiederum in jedem Querschnitt beliebig viele Zweipunktmaße, ohne dass klar ist, welches davon zur Berechnung der Toleranzerweiterung bei der Maximum-Material-Bedingung verwendet wird.

Ähnlich ist es beim Mittelpunkt des tolerierten Elements: Nach DIN EN ISO 1101 muss die erfasste Achse innerhalb der zylindrischen Positionstoleranzzone liegen. Wie aber diese mittlere Linie aus den

Messpunkten bestimmt wird, ist nicht definiert. Darüber hinaus hat jeder Querschnitt seinen eigenen Mittelpunkt (Bild 5 a), ohne dass festgelegt ist, mit welchem die Positionsabweichung berechnet wird. Wegen der fehlenden eindeutigen Definitionen des Maßes und des Mittelpunktes kann die Maximum-Material-Bedingung gar nicht „normgerecht“ ausgewertet werden.

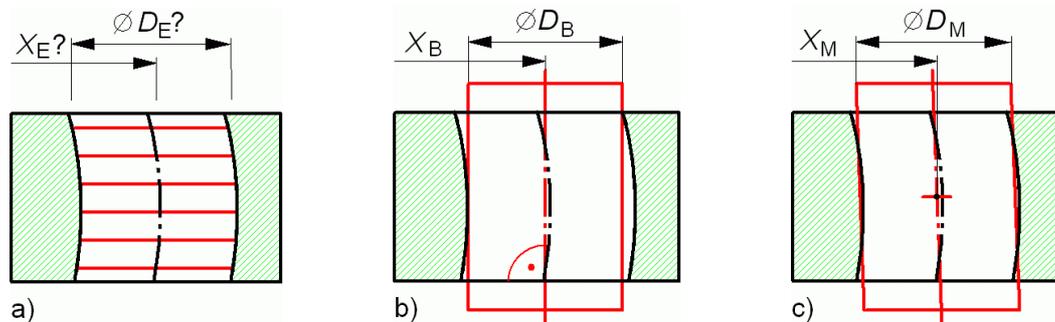


Bild 5: Bohrungsdurchmesser und Mittelpunkte; a) am tolerierten Element in jedem Querschnitt, b) am Bezug angrenzendes Element (rechtwinklig zur Ebene), c) am mittleren Element in der Mitte

Bei den Bezügen wird nach DIN EN ISO 5459 für das Beispiel die Achse des angrenzenden Zylinders bestimmt, der senkrecht zur Ebene A steht und den größtmöglichen Durchmesser in der Bohrung hat (Pferchzylinder mit Nebenbedingung, Bild 5 b). So erhält man eindeutige Koordinaten für die Bohrungsmitte. Diese Definition könnte auch am tolerierten Element angewendet werden und würde dann auch der Prüfung mit der Funktionslehre entsprechen. Das ist aber in DIN EN ISO 2692 nicht vorgesehen, und auch in keiner anderen Norm gibt es dafür Symbole.

Darüber hinaus ist die rechnerische Auswertung der angrenzenden Elemente problematisch, da diese heute üblicherweise an die erfassten Oberflächenmesspunkte angelegt werden. Besonders bei kleinen Messpunktzahlen ergeben sich große Messunsicherheiten der Durchmesser, Koordinaten und Winkel, so dass diese Auswertemethode nicht empfohlen werden kann.

Empfehlung

Statt dessen sollten die mittleren Elemente mit der Methode der kleinsten Quadrate (MKQ) berechnet werden, da diese 1. immer ein eindeutiges Messergebnis und 2. immer mit der kleinstmöglichen Messunsicherheit liefert. Genau deshalb ist sie seit ihrer Entwicklung durch C. F. Gauß die bevorzugte Auswertemethode in der geometrischen Messtechnik und wird in der Regel auch heute schon in der Koordinatenmesstechnik bei der Auswertung der Maximum-Material-Bedingung angewendet.

Sowohl die Bezüge als auch die tolerierten Elemente werden als mittlere Elemente berechnet. Dann werden zweckmäßig die Koordinaten in der Mitte des Zylinders ausgewertet (Bild 5 c), weil hier die Messunsicherheit am kleinsten ist. Allerdings sind für diese Koordinaten wieder in keiner Norm Symbole definiert. Deshalb wird empfohlen, die Auswertebedingungen auf der Zeichnung, in einem damit verbundenen Dokument (Werknorm, Prüfplan) oder im Messprotokoll in Textform anzugeben:

- Alle Geometrieelemente als mittlere Elemente nach Methode der kleinsten Quadrate (MKQ)
- Alle Koordinaten in der Mitte der Geometrieelemente

Der Autor

Dr.-Ing. Michael Hernla, geb. 1955, ist freiberuflicher Ingenieur und bietet Beratungen und Schulungen zu technischen Zeichnungen und zur Ermittlung von Messunsicherheiten an.